

## Algorithmisierungen in der Schulmathematik

Eine Vorlesung zur Algorithmik-Ausbildung  
von Lehramtskandidaten

von

S. K. Grosser, Wien

In diesem Vortrag werden Inhalt, Methodik und Lehrziele einer Lehrveranstaltung („Schulmathematik VII: Algorithmik und Informatik im Mathematikunterricht“) mit Übungen skizziert, die der Vortragende am Mathematischen Institut der Universität Wien bereits siebenmal (jeweils im Sommersemester) gehalten hat.<sup>1</sup> Die 2-stündige Vorlesung ist von 2-stündigen Übungen begleitet. Sie dient den folgenden Zielen:

- es soll eine Bereicherung und Entlastung des Mathematikunterrichts stimuliert werden;
- Defizite — wie die in [G1] angesprochenen — sollen behoben werden;
- der Blick des künftigen Lehrers für das spezifisch Algebraische bzw. Algorithmische soll gestärkt werden;
- die Lehrer sollen für den Unterricht im Pflichtfach „Informatik“ in der fünften Klasse der AHS und im Wahlfach „EDV“ besonders motiviert werden;
- künftige Lehrer sollen im Rahmen dieser Lehrveranstaltung einen Teil des „Hochschullehrgangs Informatik“ absolvieren können, der an der Universität Wien seit 1986 eingerichtet ist (siehe auch [R]).

Da im Rahmen des Zustands unseres Bildungssystems auf Seiten der Studierenden kaum fundierte mathematische Vorkenntnisse vorausgesetzt werden dürfen, ist dies auch in dieser Vorlesung nicht der Fall. Es genügen rudimentäre Kenntnisse aus den Einführungsvorlesungen. Dabei soll aber im positiven Sinne hervorgehoben werden, daß manche Studierende recht fortgeschrittene Fertigkeiten im Programmieren aufweisen, und daß diese sich überdies im Laufe der Jahre spürbar verbessert haben. Vorhandene Vorkenntnisse im Programmieren beziehen sich zumeist auf GW-BASIC, seltener auf PASCAL, ganz selten auf COBOL oder ALGOL. In der Vorlesung selbst wird noch BASIC verwendet; demnächst wird auf PASCAL umgestellt werden. Der Grund für die Wahl von BASIC (bzw. PASCAL) ist durch den Zweck der Vorlesung vorgegeben: sie soll nicht in erster Linie Informatikkenntnisse vermitteln, sondern den Mathematikunterricht neu orientieren helfen.

Das Nichtvorhandensein einer geeigneten Projektionsmöglichkeit für Computerdaten behindert die Vorlesung seit dem Anfang; der Zustand des Computerlabors, wo die Übungen stattfinden, ist zufriedenstellend. In den drei Übungsgruppen mit je 6–12 Teilnehmern ist die Betreuungsrate zufriedenstellend.

Der Vortragende hat in einem Kurzsriptum [K], das auch genügend viele Literaturangaben enthält, die notwendige Information über die Vorlesung zusammengefaßt. Grundlage der Vorlesung ist der Text [G-R].

Für die didaktische Gliederung der Vorlesung wird die Klassifikation  
Miniprogramm — Kurzprogramm — Programm  
verwendet, wobei die Rangordnung auf aufsteigender Komplexität bzw. Programmlänge beruht.

---

<sup>1</sup> Kurze Anmerkungen über diese Vorlesung wurden schon in [G1] gemacht.

Anhand von Miniprogrammen — hauptsächlich aus dem Mathematikunterricht — wird der Einsatz von BASIC-Befehlen eingeübt. Dazu gehört die Erstellung von Flußdiagrammen wie auch das Entschlüsseln fertiger Programme; bei Kurzprogrammen und Programmen wird zuerst der mathematische Hintergrund analysiert und der notwendige Formelapparat skizziert. (Man denke z.B. an das *Hornerschema* oder die *Numerische Integration*). Anhand der Programme in [G-R] folgt dann eine Exploration der Möglichkeiten, den Mathematikunterricht zu vertiefen und zu bereichern bzw. fächerübergreifenden Unterricht zu stimulieren.

Im letzten Teil der Vorlesung werden die für die individuellen Projekte geeigneten Themen aus mathematischer Sicht diskutiert.

Selbstverständlich sind bei jeder einschneidenden potentiellen Veränderung der Unterrichtsmethodik und der Inhalte die zu gewinnenden Vorteile sorgfältig gegen die Nachteile abzuwägen; dem dient die folgende Gegenüberstellung.

### Vorteile einer Algorithmisierung

- Zeitgewinn bei  
Trigonometrie (Dreiecksberechnung, Vermessungsaufgaben)  
Grundaufgaben der linearen Algebra und linearen Geometrie im  $\mathbb{R}^2$  und  $\mathbb{R}^3$ , Lösung von Polynomgleichungen, Darstellung von Funktionsgraphen, u.v.a.m.
- Bereitstellung von reichhaltigem Anschauungs- und Übungsmaterial (durch systematische oder Zufallserzeugung).
- Verbesserung der Einsicht in operationelle Hierarchien.
- Einsichten in die Möglichkeiten der Gewinnung mathematischer Hilfsmittel: Logarithmentafeln, trigonometrische Tafeln, Berechnung von  $\pi$ ,<sup>2</sup>  $e$ .  
Verbesserung des Verständnisses für Phänomene der Konvergenz  
Konvergenz von Folgen und Reihen, Umkehrprobleme
- Möglichkeit der Wiederbelebung vergessener — aber wichtiger — mathematischer Bildungsinhalte:  
Geometrie der Sphäre, (insbesondere sphärische Trigonometrie, Vertiefung der Dreiecksgeometrie und der Lehre von den merkwürdigen Punkten.)
- Verbesserung der Einsicht in die Vielfalt mathematischer Algorithmen:  
z.B. euklidischer Algorithmus versus Primzahlzerlegung.
- Ansprechen eines motorischen Elements im Lernprozeß
- Möglichkeit der Team- und Projektarbeit (siehe [L]).
- Stärkung fachübergreifender Aspekte des MU

---

<sup>2</sup>In diesem Zusammenhang werden in der Vorlesung und den Übungen seit Jahren z.T. sehr alte und in der älteren Literatur wohlbekannte Iterations-Formeln von Archimedes, Descartes, Huyghens, Snellius u.a. (siehe [A]) für die Berechnung der regelmäßigen Polygone verwendet. Das sei hier eigens festgehalten, damit nicht jüngere Algorithmiker — an der „Zitierfähigkeit“ der Didaktik-Hefte zu Unrecht zweifelnd — auf die Idee kommen, diese Formeln oder anderes, was entweder längst bekannt oder eben in den Didaktikheften schon veröffentlicht worden ist „wiedererfinden“ zu müssen.

### Nachteile einer Algorithmisierung

- zusätzliche Belastung des MU
- Notwendigkeit der Erlernung von Kunstsprachen
- Abhängigkeit von Geräten
- Verdrängung des Axiomatischen zugunsten des Algorithmischen (d.h., der begründenden und beweisenden Mathematik zugunsten einer auf Numerik und Automatik orientierten)
- (dadurch) mögliche Schädigung der latenten Dimension des MU, d.h. seiner Beziehungshaltigkeit in bezug auf Physik, Chemie, Technik, aber vor allem auch Philosophie und Geisteswissenschaft.<sup>3</sup>

Es folgt nun eine Auflistung jener von Studenten (meist mehrfach) erarbeiteten Programme, die als besonders gelungen bezeichnet werden können.

### Studentenprogramme

#### Stochastik

Annäherung der Normalverteilung durch endlich viele Ereignisse gleicher Wahrscheinlichkeit.

Galton-Brett

#### Algebra

Lösen einer Gleichung dritten Grades

Lösen eines linearen Gleichungssystems

Matrizenarithmetik

#### Analysis

Numerische Integration mittels Monte-Carlo-Methode

Numerische Integration

Taylorentwicklung bestimmter Funktionen

Fourier-Analyse von drei vorgegebenen Beispiel-Funktionen

Bestimmung der Maxima und Minima einer Funktion

#### Geometrie

Berechnung und graphische Darstellung der merkwürdigen Punkte eines Dreiecks

Inversion am Einheitskreis

Graphische Darstellung von Kongruenzabbildungen

Schrägrißdarstellung von Polyedern

Analytische Geometrie im  $\mathbb{R}^2$  und  $\mathbb{R}^3$

Polarität in bezug auf Kegelschnitte

Flächen zweiter Ordnung im  $\mathbb{R}^3$

#### Zahlentheorie

Berechnung von ggT und kgV mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus

Berechnung von ggT und kgV über die Primfaktorzerlegung

Primfaktorzerlegung und Test auf Vollkommenheit einer ganzen Zahl

Graphik pythagoräischer Zahlen

<sup>3</sup>Paul Watzlawik, der bekannte Autor, hat erst kürzlich die Computerei sinngemäß als ein Erzübel bezeichnet, das zu einer Verflachung der Lebensinhalte beiträgt (September 1991)

Teiler, Quersumme und alternierende Quersumme einer natürlichen Zahl  
Umrechnung von Zahlen in verschiedene Ziffernsysteme  
Kettenbruchentwicklung  
Primzahlentabellen

Diverse

Kopfrechnen mit Brüchen  
Rechnen mit komplexen Zahlen  
Arithmetik in quadratischen Zahlkörpern  
Sortieren von Zahlen und Namen

Schiefer Wurf  
Zahlenratespiel  
Radarfalle  
Polynome mit rationalen oder komplexen Koeffizienten

Literatur

- [A] Amstler, J., *Verschiedene Mittelwerte aus zwei Zahlen und Iteration der Mittelwertbildung*, Inst. f. Math. d. Univ. Linz, 1983.
- [G1] Grosser, S. K., *Zur Rolle der Algorithmik im Mathematikunterricht der Höheren Schulen*, Didaktik-Reihe der ÖMG Heft 16 (1988), 43-54.
- [G2] Grosser, S. K., *Geometrie der Sphäre in Programmen*, Didaktik-Reihe der ÖMG Heft 17 (1989), 35-49.
- [G-R] Grosser, S. K. u. Rupprecht, H., *BASIC-Mathematikprogramme*, HPT, Wien, 1987.
- [H] Hanisch, G., *Computeralgebra. Das Ende des herkömmlichen MU's?*
- [K] Grosser, S. K., *Algorithmik und Informatik im MU*, (Kurzsriptum), Inst. f. Math. d. Univ. Wien (1988).
- [L] *Lehrplan 1989, Oberstufe der AHS, Mathematik*, Arbeitskreis Österr. Schulbuchverleger.
- [R] Reichel, H.-C., *Informatik und computergestützter Unterricht in der Ausbildung der Lehramtskandidaten*, (1990).

O.Univ.-Prof. Dr. Mag. S. K. Grosser  
Institut f. Mathematik d. Universität Wien  
1090 Wien, Boltzmannngasse 9